

Метод координат II

1. Нарисуйте точки $A(4, 3)$, $B(1, 7)$, $C(-3, 4)$ и $D(0, 0)$. Если Вы правильно нарисовали, то у Вас получились вершины квадрата. Какова длина стороны этого квадрата? Какова его площадь? Найдите координаты середин сторон квадрата. Как можно доказать, что $ABCD$ — квадрат?
2. На плоскости даны точки $A(0, 0)$, $B(3, 1)$ и $D(-1, 2)$. Какие координаты должна иметь точка C , чтобы четырёхугольник $ABCD$ был параллелограммом?
3. Выясните, какие множества точек определяются соотношениями:
 - (a) $|x| = |y|$;
 - (b) $\frac{x}{|x|} = \frac{y}{|y|}$;
 - (c) $|x| + x = |y| + y$;
 - (d) $|x| + |y| = 1$;
 - (e) $|x| - |y| = 1$;
 - (f) $|x + y| + |x - y| = 2$;
 - (g) $x^2 - y^2 \geq 0$;
 - (h) $xy \geq 1$.
4. Точки $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ являются смежными вершинами параллелограмма $ABCD$ с центром симметрии в точке $O(0, 0)$. Какие координаты у точек C и D ?
5. На плоскости даны точки $A(0, 0)$, $B(x_1, y_1)$ и $D(x_2, y_2)$. Какие координаты должна иметь точка C , чтобы четырёхугольник $ABCD$ был параллелограммом?
6. Примените формулу расстояния между точками для доказательства известной теоремы: в параллелограмме сумма квадратов сторон равна сумме квадратов диагоналей. [Подсказка: см. задачу 4 или задачу 5.]
7. Докажите с помощью метода координат следующую теорему: если $ABCD$ — прямоугольник, то для любой точки M справедливо равенство $AM^2 + CM^2 = BM^2 + DM^2$. Как удобнее расположить оси координат?
8. Какое множество точек задаёт соотношение $x^2 + y^2 \leq 6x + 8y$?
9. Найдите геометрическое место точек M , разность квадратов расстояний которых до двух данных точек A и B равна данной величине c .
10. Найдите геометрическое место точек M , сумма квадратов расстояний которых до вершин данного квадрата равна данной величине c . При каких c задача имеет решение?