

Метод координат I

Модуль числа. Расстояние на прямой

Это первое из заданий по книжке И. М. Гельфанда, Е. Г. Глаголевой и А. А. Кириллова «Метод координат». Годится любое её издание. Задачи 3–10 решайте геометрически, используя то, что $|x - a|$ есть расстояние от точки x до точки a (в частности, $|x|$ — расстояние от точки x до точки 0). Все задачи решаются «в уме», вычисления на уровне дошкольника. Однако пишите не только ответ к задаче, но и объяснение — кратко, без лишних повторений.

1. Какая из двух точек правее: $A(x)$ или $B(x^2)$? Как ответ зависит от x ?
2. Как записать без знака модуля выражение $|-a|$, если $a < 0$?
3. Решите уравнения геометрически (с помощью расстояния):
 - а) $|x + 2| + |x - 3| = 7$;
 - б) $|x + 2| + |x - 3| = 5$.
4. При каких значениях параметра a уравнение $|x - 3| + |x + 2| = a$ не имеет решений, имеет одно решение, два решения, бесконечное множество решений?
5. Решите уравнения геометрически (с помощью расстояния):
 - а) $|x + 2| - |x - 3| = 1$;
 - б) $|x + 2| - |x - 3| = 5$.
6. Сколько решений имеет уравнение $|x + 2| - |x - 3| = a$ в зависимости от значения параметра a ?
7. Решите неравенство $|x + 2| + |x - 3| \leq 11$.
8. При каких a имеет решение неравенство $|x + 2| + |x - 3| \leq a$?
9. Найдите точки на числовой прямой, которые расположены вдвое ближе к точке $A(5)$, чем к точке $B(-4)$. Сколько имеется таких точек?
10. Решите уравнение а) $|x + 3| = |x - 5|$; б) $|x - a| = |x - b|$.