

## Избранные задачи по математике

### Листок Alpha

**А1.** Две тетради и карандаш стоят 12 тугриков, а одна тетрадь и два карандаша — 9 тугриков. Сколько стоят тетрадь и карандаш вместе?

**А2.** У Сережи было 7 картофелин, у Паши было 5, а у Коли вообще не было. Они сварили картошку и разделили ее поровну на троих. Благодарный Коля дал Сереже с Пашей 12 конфет. Как они должны поделить их по справедливости?

**А3.** В шахматном турнире участвовали 7 человек. Каждый сыграл с каждым по одной партии. Сколько партий они сыграли?

**А4.** Ане требуется 2 часа, чтобы покрасить комнату, а Бобу 3 часа. Сколько времени займет покраска, если они будут работать вместе и независимо друг от друга?

**А5.** У старшего брата на 25% больше денег, чем у младшего. Сколько процентов своих денег старший должен дать младшему, чтобы у них стало денег поровну?

**А6.** Припишите к числу 1000 три цифры справа так, чтобы получившееся число делилось на 7, на 8 и на 9.

**А7.** Имеется куб с ребром 6 см, грани которого покрашены красным цветом. Представим себе, что его разрезали на кубики с ребром 1 см. Сколько маленьких кубиков имеют: а) одну; б) две; в) три красные грани? д) ни одной красной грани?

**А8.** На сколько сумма всех четных чисел первой сотни больше суммы всех нечетных чисел этой сотни?

**А9.** На столе лежало печенье. Сначала Вася съел половину печенья и еще полпеченья. Потом Гриша съел половину печенья и ещё полпеченья. Потом Боря съел половину печенья и ещё полпеченья. Потом пришла Таня — а печенье всё кончилось. Сколько печенья было вначале?

**А10.** За два дня запас конфеток уменьшился на 51%, при этом каждый день он уменьшался на одно и то же число процентов. На какое?

**А11.** Велосипедист должен попасть в место назначения к определенному сроку. Известно, что если он поедет со скоростью 15 км/ч, то приедет на час раньше, а если скорость будет 10 км/ч, то опоздает на 1 час. С какой скоростью должен ехать велосипедист, чтобы приехать вовремя?

**А12.** Сколько потребовалось бы суток, чтобы написать подряд все числа от 1 до 1 000 000, если на запись каждой цифры расходовать 1 секунду и в сутки работать 8 часов?

## Избранные задачи по математике

### Листок Beta

- В1.** Даны 6 чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешается к любым двум из них прибавить по 1. Можно ли, проделав это несколько раз, сделать равными все числа?
- В2.** Сумма нескольких чисел равна 10. Может ли быть меньше 10 сумма квадратов этих чисел?
- В3.** Разложите на множители многочлен  $x^8 + x^4 + 1$  (на 2 или на 3 множителя).
- В4.** В последовательности 1, \*, \*, \*, \*, \*, \*, \*, 7 сумма любых трех соседних членов равна 15. Найдите второй член этой последовательности.
- В5.** Имеется 16 монет, причем известно, что любые две монеты различаются по весу. Как за 22 взвешивания на двухчашечных весах без гирь найти самую тяжелую и самую легкую монеты?
- В6.** В некоторой компании установлено дежурство на неделю, причем каждый день дежурят трое и каждые двое дежурят вместе ровно один раз. Сколько человек в этой компании? Сколько раз должен дежурить каждый?
- В7.** В доме обитают кошки и собаки. Известно, что в первом подъезде процент кошек выше, чем в третьем, а во втором — выше, чем в четвертом. Верно ли, что процент кошек в первом и втором подъездах выше, чем в третьем и в четвертом подъездах вместе?
- В8.** Радиус Земли первым вычислил Эратосфен Киренский в третьем веке до Р.Х. Он знал, что в день летнего солнцестояния в полдень в Сиене (ныне Асуан) солнце находится в зените и предметы не отбрасывают тени, и измерил в такое же время дома, в Александрии, насколько солнце отклоняется от зенита. Оказалось, что примерно на  $1/50$  полного угла (в 360 градусов). Эратосфен знал по наблюдениям за звездами, что Сиен находится южнее и на одном меридиане с Александрией, а от купцов знал расстояние между городами — 5000 египетских стадий (примерно 800 км). Исходя из этих данных, вычислите радиус Земли.
- В9.** Сумма трёх чисел равна 12, причём первое не больше второго, второе — не больше третьего, а третье больше первого на 3. Каким может быть второе число?
- В10.** Четыре деревни расположены в вершинах квадрата со стороной 10 км. Можно ли соединить их между собой дорогами общей длиной не более 28 км?
- В11.** В строке 20 целых чисел. Сумма любых трех последовательно стоящих чисел положительна. Может ли сумма всех 20 чисел быть отрицательна?
- В12.** Расположите на плоскости 7 точек так, чтобы среди любых трех из них нашлись две на расстоянии 1.